

EXERCICE 11 : FONCTION DE PRODUCTION A FACTEURS SUBSTITUABLES

On a une fonction de production dont l'expression est $Q = (K - 8)^{1/6} (L)^{1/6}$
→ C'est une Cobb Douglas particulière (puisqu'on a « $K - 8$ » au lieu de K)

On nous indique que cette fct vaut pour $K \geq 8$ et que $Q = 0$ si $K < 8$

1) Calculons le TMST du travail au capital :

$$\begin{aligned} \text{TMST}_{L-K} &= P_m K / P_m L = (1/6 (K-8)^{-5/6} L^{1/6}) / (1/6 L^{-5/6} (K-8)^{1/6}) \\ &= (1/6 L^{1/6+5/6}) / (1/6 (K-8)^{-5/6-1/6}) \\ &= 1/6 L * 1/6 (K-8)^{-1} \\ &= L / (K-8) \end{aligned}$$

Pour compenser la perte d'une unité de K on doit donner " $L / (K-8)$ " unités de L pour maintenir le niveau de production inchangé.

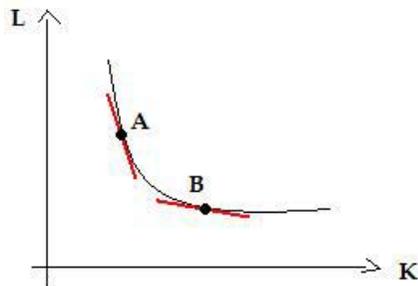
Q supplémentaire : Si on nous donne $L = 2$ et $K = 10$, que peut-on dire ?

=> On remplace et on obtient : $2 / 10 - 8 = 2 / 2 = 1$.

On en déduit, qu'au point de coordonnées $L = 2$ et $K = 10$, Le $\text{TMST} = 1$, c'est-à-dire qu'il faut une unité de L pour compenser la perte d'une unité de K et ce pr maintenir la production inchangée.

2) a/ Comment varie ce TMST le long d'une isoquante ?

=> Détermination de l'axe des ordonnées et des abscisses : Puisque c'est le TMST du L au K , on met L en ordonnée et K en abscisse (par convention).



b/ Montrons que ce TMST est décroissant

On montre que le TMST est décroissant par rapport à la variable de l'axe des abscisse K

Pour cela on exprime L en fonction de K :

$$\begin{aligned} &= (K - 8)^{1/6} L^{1/6} \Leftrightarrow 6 = (K - 8) * L \\ &\Leftrightarrow \boxed{L = 6 / (K - 8)} \end{aligned}$$

On remplace cette expression de L trouvée ds le TMST :

$$\text{TMST}_{L-K} = L / (K - 8) = (6 / (K - 8)) / (K - 8) = 6 / (K - 8) * (1 / (K - 8)) = \boxed{6 / (K - 8)^2}$$

→ **Dérivons cette expression :** On trouve : $(-2 * 6) / (K - 8)^2$ Cette dérivée étant négative, on en déduit que l'expression précédente est décroissante, et donc que le TMST est décroissant .

c/ Commentons ce résultat

On sait que le TMST correspond à la pente de l'isoquante, cela signifie que plus on a de K , moins le TMST est grand. Autrement dit, + le K se fait rare, + le TMST est grand est donc, + il est difficile à remplacer.